

II-1- Introduction :

La base de calcul et du dimensionnement des poutres mixtes est basée essentiellement au les états limites ultimes et les états limites de service. Pour cela on à calcul la résistance des sections des poutres mixtes, de type plastique ou élastique selon la classe de ces sections.

Après avoir précisé les formules de résistance des connecteurs au cisaillement (des goujons à tête soudés, en dalle pleine comme en dalle mixte, qui sont les connecteurs les plus utilisés aujourd'hui), le dimensionnement de la connexion est traité de manière approfondie, dans ce dernier cas, la vérification des poutres mixtes au les états limites ultimes et les états limites de service (la flèche).

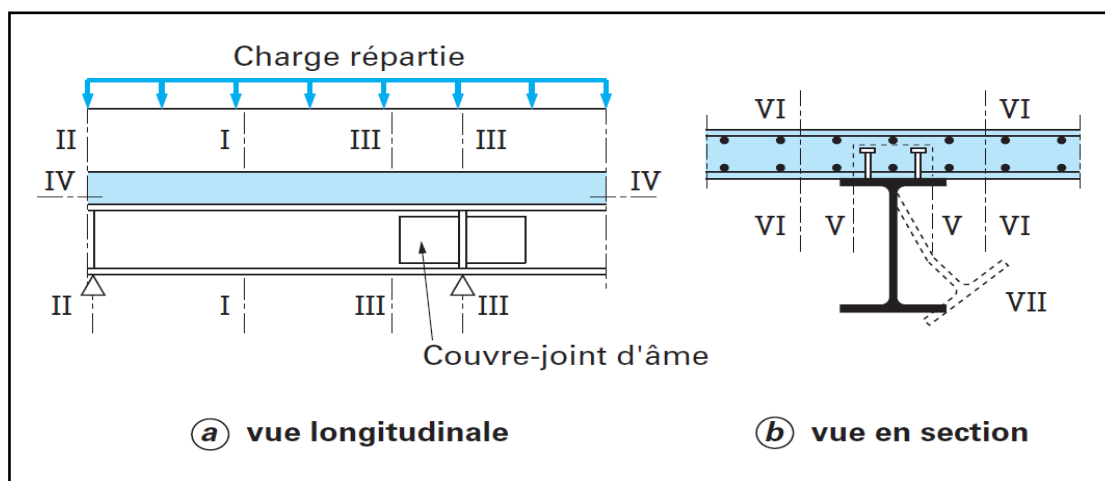


Figure II.1 : Zones concernées par les vérifications aux états limites ultimes [4]

II-2- Coefficient d'équivalence ($n = \frac{E_a}{E_c}$) :

Pour déterminer les caractéristique géométriques de la section transversale d'une poutre mixte on utilise la théorie des sections homogénéisées qui permet de remplacer la section de béton par une section équivalente en acier à l'aide d'un coefficient d'équivalente (n) défini par :

$$n = \frac{E_a}{E_c} \dots \dots \dots (II-1)$$

Où :

E_a : est le module d'élasticité longitudinale de l'acier de construction.

E_c : est le module d'élasticité longitudinale du béton.

$n = 18$ sous charge de longue durée (charge permanente) et effets différés (retrait, fluage et température).

$n = 6$ sous charge de courte durée.

L'Eurocode 4 (§3.1.4.2) propose d'adopter les valeurs suivantes pour le module d'élasticité du béton :

$E_c = E_{cm}$ pour les actions de courte durée.

$E_c = E_{cm} / 3$ pour les actions de longue durée (fluage et retrait).

$E_c = E_{cm} / 2$ pour les cas intermédiaires.

Avec :

E_{cm} : valeur moyenne du module sécant d'élasticité [kN/m^2]

Selon l'Eurocode 2 (§3.1.2.5) E_{cm} peut être calculé par l'expression suivante :

$$E_{cm} = 9,5(f_{ck} + 8)^{1/3}$$

Avec :

f_{ck} : résistance caractéristique à la compression sur cylindre du béton [kN/mm^2].

II-3- Résistance élastique en flexion des sections mixtes :

Le calcul concerne essentiellement les sections de classe 3 ou 4. L'étude en flexion élastique est basée sur les hypothèses suivantes :

- ✓ L'hypothèse de Bernoulli est valable pour la section mixte dans son ensemble ; autrement dit, toute section droite de poutre est supposée demeurer plane après déformation. Il n'y a pas de glissement entre l'acier et le béton.
- ✓ La résistance en traction du béton est négligée.
- ✓ Les matériaux acier et béton ont un comportement élastique linéaire.

II-3- 1- Cas d'une section en travée (moment positif) :

On néglige en général la contribution de l'armature en compression dans la dalle, et on distingue deux cas, selon la position de l'axe neutre élastique dans la section :

a) L'axe neutre situé en dehors de la dalle :

La position de l'axe neutre, caractérisée par la distance z entre cet axe et la face supérieure de la dalle, est donnée par l'égalité des moments statiques :

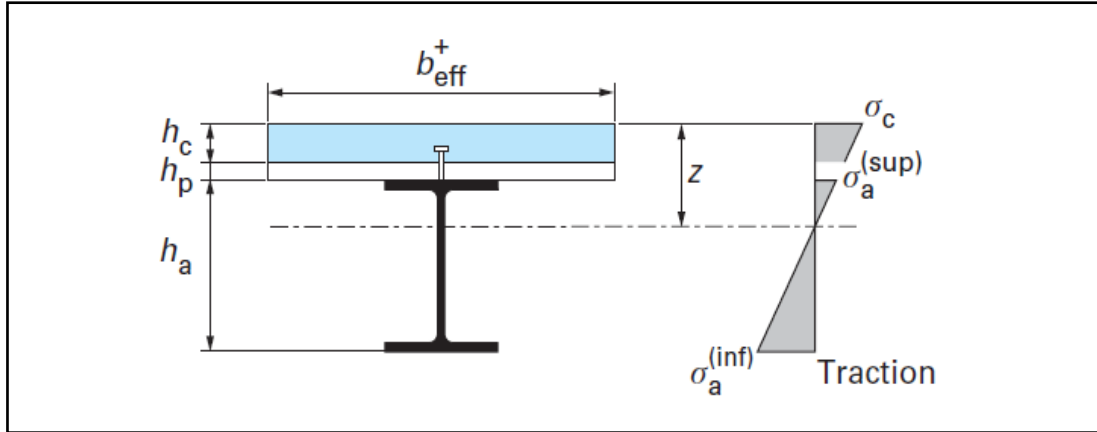


Figure II.2 : Distribution élastique des contraintes avec axe neutre dans le profilé en acier
(flexion positive) [4]

Moment statique = la surface * la distance entre CDG et ANE.

$$S_c = \frac{A_c}{n} \left(Z - \frac{h_c}{2} \right) ; \quad \text{et} \quad S_a = A_a (Z_a - Z)$$

$$\frac{b_{eff} h_c}{n} \left(Z - \frac{h_c}{2} \right) = A_a (Z_a - Z)$$

$$\frac{b_{eff} h_c}{n} Z - \frac{b_{eff} h_c^2}{2n} = A_a Z_a - A_a Z$$

$$\frac{b_{eff} h_c}{n} Z - \frac{b_{eff} h_c^2}{2n} = A_a Z_a - A_a Z$$

$$\text{Soit :} \quad Z_a = \frac{h_a}{2} + h_c + h_p$$

$$\frac{b_{eff} h_c}{n} Z - \frac{b_{eff} h_c^2}{2n} = A_a \left(\frac{h_a}{2} + h_c + h_p \right) - A_a Z$$

$$\left(A_a + \frac{b_{eff} h_c}{n} \right) Z = A_a \left(\frac{h_a}{2} + h_c + h_p \right) + \frac{b_{eff} h_c^2}{2n}$$

$$\text{Avec :} \quad A_h = A_a + \frac{b_{eff} h_c}{n} \quad \text{et} \quad A_a = \text{aire de la section de la poutre en acier,}$$

A_h = aire de la section mixte homogénéisée.

Donc :

$$A_h Z = A_a \left(\frac{h_a}{2} + h_c + h_p \right) + \frac{b_{eff} h_c^2}{2n} \dots \dots \dots (II-2)$$

Le moment d'inertie géométrique de la section mixte homogénéisée par rapport à l'axe neutre est donné par l'expression :

$$I_{/ANP} = I_{acier} + I_{béton}$$

$$I_h = I_a + A_a (Z_a - Z)^2 + \frac{b_{eff} h_c^3}{12n} + \frac{b_{eff} h_c}{n} \left(Z - \frac{h_c}{2} \right)^2$$

Avec : I_a = moment d'inertie géométrique de la section en acier

Donc :

$$I_h = I_a + A_a (Z_a - Z)^2 + \frac{b_{eff} h_c}{n} \left[\frac{h_c^2}{12} + \left(Z - \frac{h_c}{2} \right)^2 \right] \dots \dots \dots (II-3)$$

b) L'axe neutre coupe la dalle :

La distance z de l'axe neutre à la face supérieure de la dalle est maintenant donnée par l'équation des moments statiques :

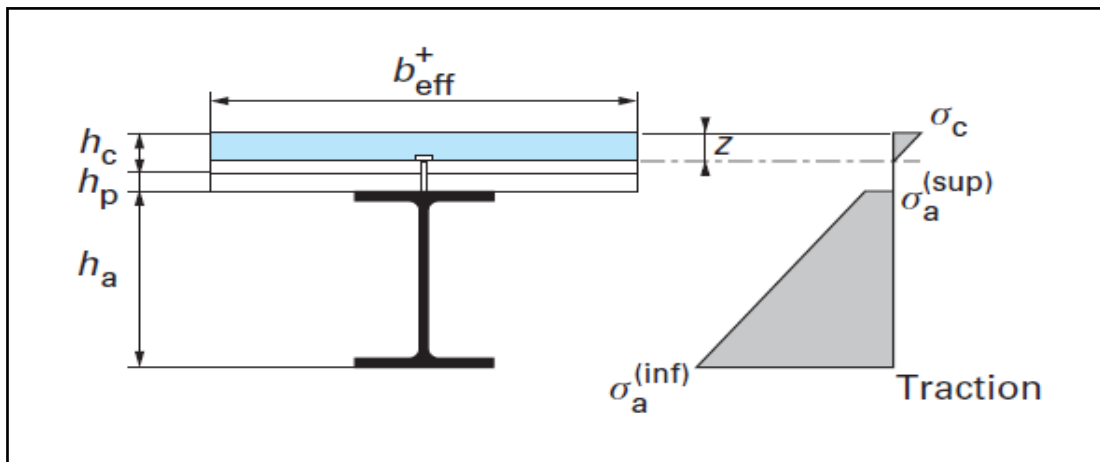


Figure II.3 : Distribution élastique des contraintes avec axe neutre dans la dalle
(flexion positive)

$$A_h Z = A_a Z_a + \frac{b_{eff} Z^2}{2n} \dots \dots \dots (II-4)$$

Avec : $A_h = A_a + \frac{b_{eff} Z}{n}$

$$\left(A_a + \frac{b_{eff} Z}{n}\right) Z = A_a Z_a + \frac{b_{eff} Z^2}{2n}$$

Soit l'équation du 2^{ème} degré en z :

$$\frac{b_{eff}}{2} Z^2 + nA_a (Z - Z_a) = 0$$

Dont la solution à retenir est :

$$\sqrt{\Delta} = nA_a \sqrt{1 + \frac{2b_{eff} Z_a}{nA_a}}$$

Donc :
$$Z = \frac{nA_a}{b_{eff}} \left[\sqrt{1 + \frac{2b_{eff} Z_a}{nA_a}} - 1 \right] \dots\dots\dots (II-5)$$

Le moment d'inertie géométrique de la section mixte homogénéisée a maintenant l'expression :

$$I_h = I_a + A_a (Z_a - Z)^2 + \frac{b_{eff} Z^3}{3n} \dots\dots\dots (II-6)$$

II-3- 2- Cas d'une section sous moment négatif :

Une section mixte sous moment de flexion négatif résiste au niveau du profilé en acier et des barres d'armature comprises à l'intérieur de la largeur participante de dalle, et il néglige le béton.

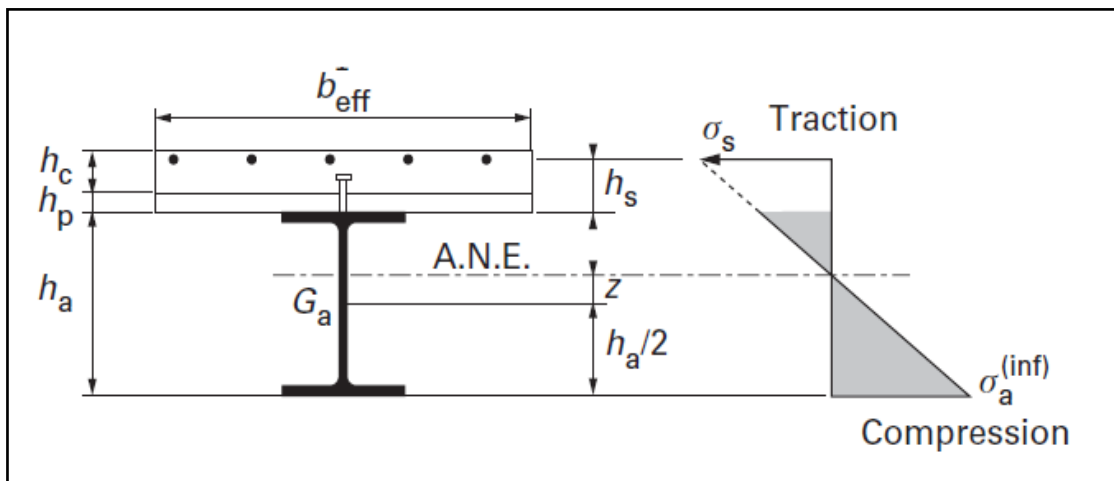


Figure II.4 : Distribution élastique des contraintes sous flexion négative

La distance z de l'axe neutre élastique A.N.E. au centre de gravité G_a de la section du profilé en acier est donnée par la relation :

$$S_s = A_a Z \quad , \text{ et } \quad S_s = A_s \left(\frac{h_a}{2} + h_s + Z \right)$$

$$A_a Z = A_s \left(\frac{h_a}{2} + h_s + Z \right)$$

$$(A_a + A_s) Z = A_s \left(\frac{h_a}{2} + h_s \right)$$

Avec : $A_h = A_a + A_s$

$$A_h Z = A_s \left(\frac{h_a}{2} + h_s \right) \dots\dots\dots (II-7)$$

Le moment d'inertie homogénéisé est donné par l'expression :

$$I_h = I_a + A_a Z^2 + A_h \left(\frac{h_a}{2} + h_s - Z \right)^2 \dots\dots\dots (II-8)$$

II-4- Résistance plastique en flexion des sections mixtes :

Pour mémoire, ce type de calcul est limité au cas des sections de classe 1 ou 2. Pour le calcul du moment de résistance plastique, désigné par sous flexion positive et sous flexion négative, on adopte les hypothèses suivantes :

- ✓ La connexion de la travée où est la section concernée permet une « interaction complète », l'un des composants (profilé, dalle, armature) pouvant atteindre sa résistance maximale.
- ✓ La résistance du béton en traction est négligée.
- ✓ Toutes les fibres de la poutre en acier, y compris celles situées au voisinage immédiat de l'axe neutre, sont plastifiées en traction ou en compression (contraintes $f_{yd} = \pm f_y / \gamma_a$).
- ✓ La distribution des contraintes normales dans le béton comprimé est uniforme et égale à $0.85f_{cd} = 0.85f_{ck} / \gamma_c$.
- ✓ Les armatures de la dalle, lorsqu'elles sont sollicitées en traction, sont plastifiées à la valeur de la contrainte de calcul $f_{sd} = f_{sk} / \gamma_s$.
- ✓ La contribution des armatures peut être négligée lorsque la dalle est comprimée. En présence d'une dalle mixte, la tôle profilée comprimée doit être négligée

II-4- 1- Cas d'une section en travée (moment positif) :

On se place dans la situation, fréquente en bâtiment, où la dalle est de type mixte, avec les ondes de la tôle profilée perpendiculaires à l'axe de la poutre en acier. La hauteur maximale possible de béton comprimé est alors l'épaisseur h_c de la dalle au-dessus des sommets d'ondes, la hauteur des ondes étant par ailleurs définie par h_p . Les formules données ci-après restent valables dans le cas d'une dalle pleine, en choisissant $h_p=0$.

L'expression de $M_{pl,Rd}^+$ dépendant de la position de l'axe neutre plastique, trois cas sont envisagés ci-après [1].

a) L'axe neutre situé dans la dalle :

Désignons respectivement par f_a et f_c les résistances plastiques du profilé en traction et de la dalle en compression :

$$f_a = A_a \times f_{yd} \quad , \text{et} \quad f_c = b_{eff} Z(0,85 f_{cd})$$

Où,

A_a : est de la section du profilé. Le cas considéré se produit lorsque :

$$f_c \geq f_a \dots\dots\dots(\text{II-9})$$

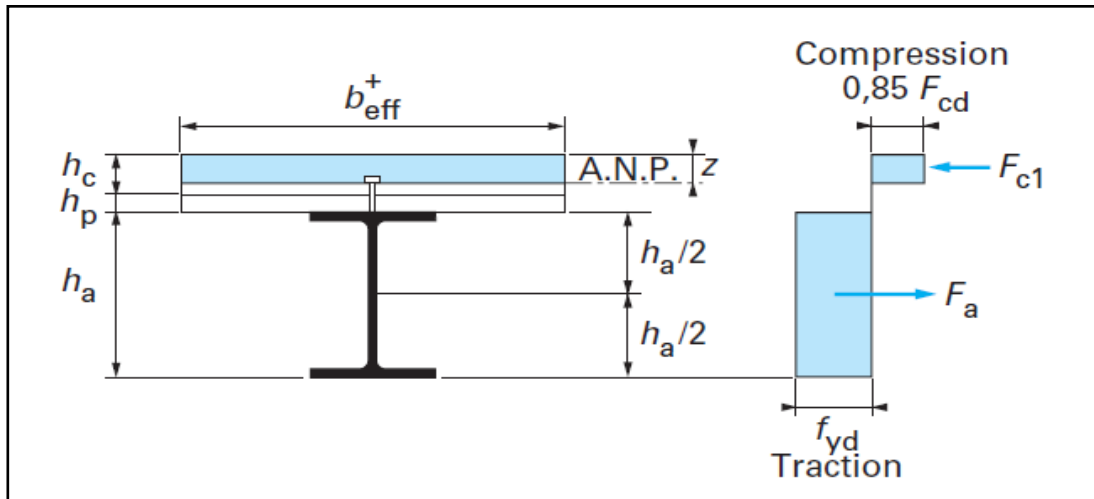


Figure II.5 : Distribution plastique des contraintes avec axe neutre dans la dalle
(flexion positive).

La cote z de l'axe neutre plastique (A.N.P) par rapport à la face supérieure de la dalle (Figure II.5) est donnée par :

$$Z = \frac{f_a}{b_{eff}^{+} 0,85 f_{cd}} \leq h_c \dots\dots\dots (II-10)$$

Le moment résistant se calcule alors au niveau de la résultante du béton comprimé :

$$M_{pl,Rd}^{+} = f_a \left(\frac{h_a}{2} + h_c + h_p - \frac{Z}{2} \right) \dots\dots\dots (II-11)$$

b) L'axe neutre situé dans la semelle en acier :

Ce cas se produit lorsque $f_c < f_{aw}$ si bien que la cote z de l'axe neutre plastique est supérieure à l'épaisseur totale de dalle ($h_c + h_p$), mais pour que l'axe neutre se situe dans la semelle (d'épaisseur t_f et de largeur b_f) (figure III.2), la condition supplémentaire à satisfaire est :

$$f_a - f_c \leq 2b_f t_f f_{yd} \dots\dots\dots (II-12)$$

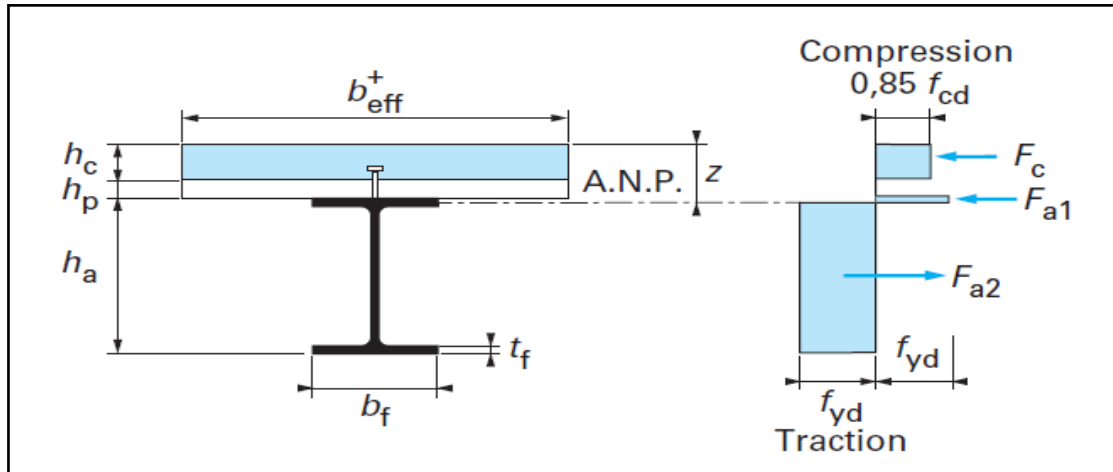


Figure II.6 : Distribution plastique des contraintes avec axe neutre dans la semelle
(flexion positive).

La cote z se calcule sans difficulté en considérant que la contrainte dans l'acier comprimé est égale à $2f_{yd}$ de manière à obtenir f_a comme résultante des contraintes de traction dans le profilé, au centre de gravité de celui-ci. On déduit alors z de la condition d'équilibre :

$$f_a = f_c + 2b_f (Z - h_c - h_p) f_{yd} \dots\dots\dots (II-13)$$

Calculant le moment résistant également au niveau de la résultante du béton comprimé, on obtient :

$$M_{pl,Rd}^{+} = f_a \left(\frac{h_a}{2} + \frac{h_c}{2} + h_p \right) - \frac{(f_a - f_c)(Z + h_p)}{2} \dots\dots\dots (II-14)$$

c) L'axe neutre situé dans l'âme :

Lorsque :

$$f_c < f_a \Leftrightarrow f_a - f_c > 2b_f t_f f_{yd} \dots \dots \dots (II-15)$$

L'axe neutre plastique se situe dans l'âme (figure II.6) :

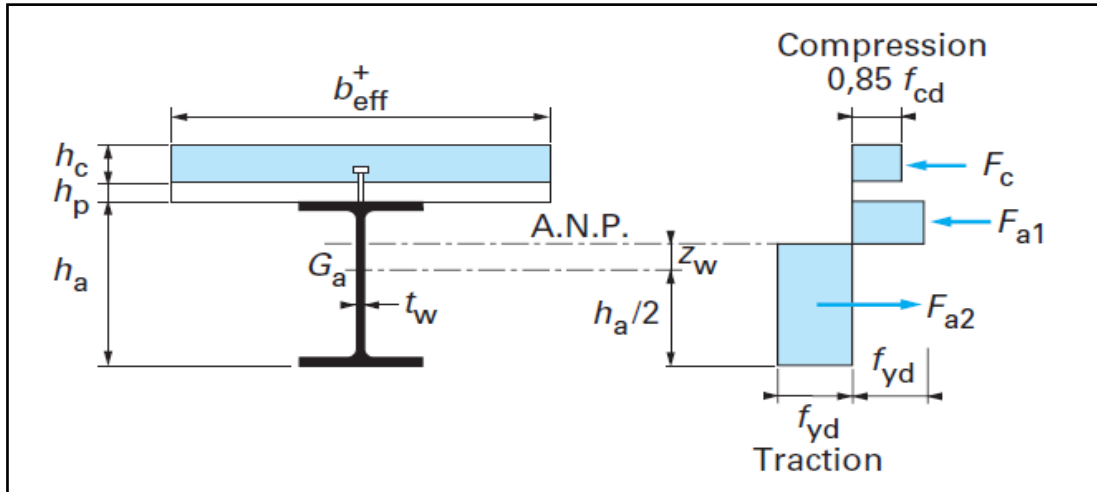


Figure II.7 : distributions plastique des contraintes avec axe neutre dans l'âme
(flexion positive).

Pour simplifier la présentation, supposons que l'axe neutre se situe en dehors du congé âme-semelle si l'on est en présence d'un profilé laminé. On trouve facilement la hauteur d'âme en traction z_w située au-dessus du centre de gravité du profilé, en considérant que la contrainte est égale à $2f_{yd}$ sur cette hauteur de manière à obtenir une distribution uniforme de contraintes de compression f_{yd} sur toute la demi-hauteur supérieure $h_a/2$ du profilé.

Soit :

$$Z_w = \frac{f_c}{2t_w f_{yd}} \dots \dots \dots (II-16)$$

Le moment résistant se calcule alors au centre de gravité du profilé :

$$M_{pl,Rd}^+ = M_{apl,Rd} + f_c \left(\frac{h_a}{2} + \frac{h_c}{2} + h_p \right) - f_c \frac{Z_w}{2}$$

Ou encore :

$$M_{pl,Rd}^+ = M_{apl,Rd} + f_c \left(\frac{h_a}{2} + \frac{h_c}{2} + h_p \right) - \frac{f_c^2}{4t_w f_{yd}} \dots \dots \dots (II-17)$$

L'intérêt de cette expression est d'introduire le moment de résistance plastique $M_{apl.Rd}$ dont la valeur peut être tirée de tableaux de produits sidérurgiques lorsqu'un profilé laminé est utilisé.

II-4- 2- Cas d'une section sous moment négatif :

Une section mixte sous moment de flexion négatif résiste au niveau du profilé en acier et des barres d'armatures comprises à l'intérieur de la largeur participante \bar{b}_{eff} de dalle (sur appui intermédiaire), la dalle est fissurée sur toute son épaisseur et l'axe neutre plastique se trouve dans le profilé : deux cas sont envisagés selon que l'axe neutre se trouve dans la semelle ou dans l'âme.

a) L'axe neutre situé dans la semelle en acier :

Désignons par f_s la résistance plastique des barres d'armature :

$$f_s = A_s f_{sd}$$

Avec :

f_s : désignant la résistance plastique des barres d'armature.

Le cas considéré ici se produit lorsque :

$$f_a > f_c \Leftrightarrow f_a - f_s \leq 2b_f \times t_f \times f_{yd} \dots\dots\dots (II-18)$$

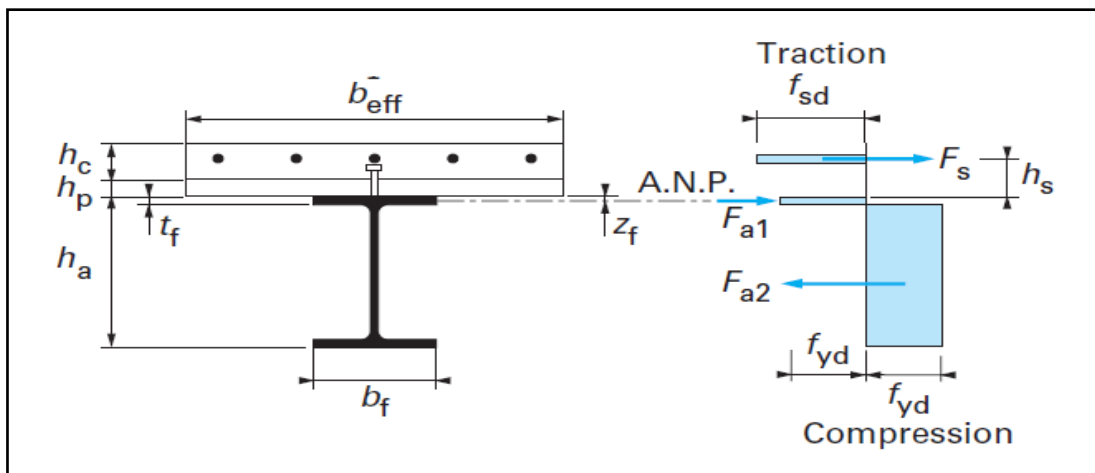


Figure II.8 : Distribution plastique des contraintes avec axe neutre dans la semelle (flexion négative).

On a trois forces :

- Force due aux armatures tendues : $f_s = A_s f_{sd}$
- Force due à la semelle supérieure tendue : $f_{a1} = b_f Z_f f_{yd}$
- Force due à la semelle inférieure, l'âme et le reste de semelle supérieure, le tous est comprimée : f_a

L'épaisseur z_f de semelle en traction est donnée par la condition d'équilibre :

$$f_a = f_s + 2b_f \times Z_f \times f_{yd} \dots\dots\dots (II-19)$$

D'où :

$$Z_f = \left(\frac{f_a - f_s}{2b_f \times f_{yd}} \right) \dots\dots\dots (II-20)$$

et le moment résistant, pris au niveau de la nappe d'armatures par :

$$M_{pl,Rd}^- = f_a \left(\frac{h_a}{2} + h_s \right) - (f_a - f_s) \left(\frac{Z_f}{2} + h_s \right) \dots\dots\dots (II-21)$$

b) L'axe neutre situé dans l'âme :

Ce cas se produit lorsque :

$$f_a > f_s \Leftrightarrow f_a - f_s > 2b_f \times t_f \times f_{yd} \dots\dots\dots (II-22)$$

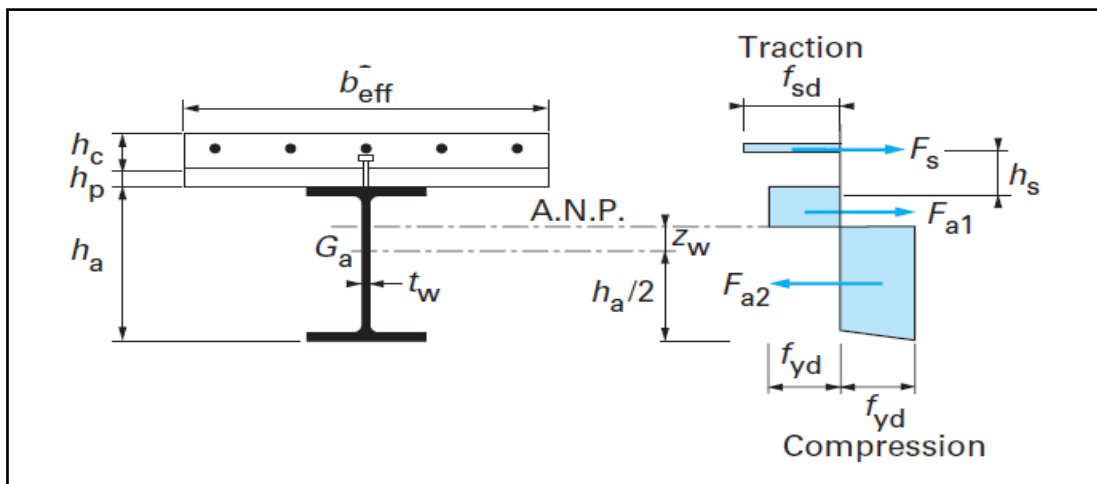


Figure II.9 : Distribution plastique des contraintes avec axe neutre dans l'âme
(flexion négative).

La hauteur d'âme en compression z_w située au-dessus du centre de gravité du profilé est donnée par :

$$Z_w = \frac{f_s}{2t_w f_{yd}} \dots \dots \dots (II-23)$$

et le moment résistant, pris au centre de gravité du profilé, par :

$$M_{pl,Rd}^- = M_{apl,Rd} + f_s \left(\frac{h_c}{2} + h_s \right) - \frac{f_s^2}{4t_w \times f_{yd}} \dots \dots \dots (II-24)$$

II-5- Dimensionnement élastique de la connexion :

II-5-1- Calcul élastique de la connexion :

Lorsque la résistance des sections mixtes est également établie avec un calcul élastique, l'effort de cisaillement (V_{el}) dépend directement de l'effort tranchant.

$$V_{el} = \frac{VS_c}{I_b n} \dots \dots \dots (II-25)$$

V_{el} : l'effort tranchant dans la section considérée.

S_c : moment statique de la dalle (de largeur b_{eff}) par rapport à l'axe neutre de la section mixte.

I_b : inertie de la section mixte.

n : coefficient d'équivalence élastique.

II-5-2- Nombre de connecteurs(N) :

Le nombre de connecteurs sur la longueur examinée (l) est donné par la formule :

$$N = \frac{V_{el} \times L}{P} \dots \dots \dots (II-26)$$

V_{el} : effort rasant par unité de longueur.

L : longueur de répartition des connecteurs.

P : résistance au cisaillement de chaque connecteur.

II-5-3- Espacement des connecteurs(e) :

Pour des raisons pratiques de construction, on choisit des connecteurs identiques sur toute la longueur de la poutre.

Le pas (e) entre deux connecteurs est donné par la relation :

$$e = \frac{PN}{V_{el}} \dots\dots\dots (II-27)$$

II-6- Vérification des poutres mixtes à l'état limite ultime :

Les vérifications à l'état limite ultime des poutres mixtes doivent être effectuées quant aux points suivants :

- la résistance des sections transversales critiques au moment de flexion et au cisaillement vertical,
- la résistance au cisaillement longitudinal,
- la résistance de l'âme au voilement par cisaillement et à la compression locale sous charges transversales,

II-7- Vérification des poutres mixtes à l'état limite de service :

La vérification d'une poutre mixte de bâtiment à l'état limite de service porte essentiellement sur le contrôle des flèches, de fissuration du béton et éventuellement des vibrations (pour des portées importantes).

II-8- Calcul la flèche à l'état limite de service :

Pour la Vérification à l'Etat Limite de Service des poutres mixtes, on calculant La flèche de la poutre mixte due à la Combinaison à l'ELS :

$$G + Q$$

Ce calcul est basé sur les relations suivantes :

$$W = \frac{5}{384} \frac{(G+Q)l^2}{EI_y} \dots\dots\dots (II-28)$$

Où :

I_y dépend du coefficient d'équivalence acier/béton (n), lequel est fonction du type de charge. Par simplification, on peut prendre :

$$n_0 = E_a / E_{cm} \text{ pour les effets primaires (Q)}$$

Et $n = 3E_a / E_{cm}$ pour les charges permanentes (G).

II-9- Conclusion :

La base de calcul et du dimensionnement des poutres mixtes est basée essentiellement au les états limites ultimes et les états limites de service. Pour cela on à calcul la résistance des sections des poutres mixtes, de type plastique ou élastique selon la classe de ces sections et selon l'Eurocode 4.

A la fin on à formuler la résistance des connecteurs au cisaillement (des goujons à tête soudés, en dalle pleine comme en dalle mixte, qui sont les connecteurs les plus utilisés aujourd'hui), le dimensionnement de la connexion est traité de manière approfondie, dans ce dernier cas, la vérification des poutres mixtes au les états limites ultimes et les états limites de service d'abord la flèche à les états limites de service.